

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 18 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2015

ΘΕΜΑ 1^ο

- A) Δίνεται το γραμμικό σύστημα $\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{cases}$ και έστω D η ορίζουσά του. Τι ισχύει όταν:
- i) $D \neq 0$; ii) $D = 0$; (5μ.)
- B) i) Ποια εξίσωση ονομάζεται γραμμική; (2μ.)
 ii) Πότε μία γραμμική εξίσωση παριστάνει ευθεία; (2μ.)
- Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
1. Αν ένα γραμμικό σύστημα έχει δύο διαφορετικές λύσεις, τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
 2. Αν σε ένα γραμμικό σύστημα είναι $D = 0$, τότε το σύστημα θα είναι κατ' ανάγκη αδύνατο.
 3. Για ένα ομογενές σύστημα 2×2 ισχύει ότι $D_x = D_y = 0$.
 4. Το ομογενές σύστημα δεν είναι ποτέ αδύνατο.
 5. Το σύστημα $\begin{cases} xy = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$ είναι αδύνατο.
 6. Το σύστημα $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + \alpha^2 y = 0 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις
 7. Ο κύκλος $x^2 + y^2 = 1$ και η παραβολή $y = x^2 + 1$ δεν έχουν κοινά σημεία.
 8. Αν για τις ευθείες $y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $y = \alpha_2 x + \beta_2$ ισχύει ότι $\alpha_1 = \alpha_2$ και $\beta_1 \neq \beta_2$, τότε το σύστημα $\begin{cases} y = \alpha_1 x + \beta_1 \\ y = \alpha_2 x + \beta_2 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις. (16μ.)

ΘΕΜΑ 2^ο

- A) Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y+1}{3} = \frac{3}{2} \\ 2(x-y) = 3(x-2y) - 47 \end{cases}$. (7μ.)
- B) Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} (\sqrt{2}+1)x - 2y = \sqrt{2} + 5 \\ 3x + (1-\sqrt{2})y = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$ (8μ.)
- Γ) Δίνεται η εξίσωση $x^3 + \alpha x^2 - x - \beta + 5 = 0$ (1).
- i) Αν το 1 και το -2 είναι ρίζες της εξίσωσης (1), να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. (5μ.)
 - ii) Για $\alpha = 2$ και $\beta = 7$, να βρείτε την άλλη λύση της (1). (5μ.)

ΘΕΜΑ 3^ο

A) Να λυθεί το σύστημα
$$\begin{cases} x - y + 3\omega = -2 \\ 2x + 3y - 4\omega = 1 \\ -3x + 4y - 5\omega = -5 \end{cases} . \quad (10\mu.)$$

B) Δίνεται το σύστημα $(\Sigma) \begin{cases} -\lambda x + y = 1 - \lambda \\ \lambda^2 x - 2y = \lambda \end{cases} .$

i) Να λύσετε το (Σ) για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$. (10μ.)

ii) Αν (x_0, y_0) είναι η μοναδική λύση του (Σ) , να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε: $2x_0 + y_0 = -3$. (5μ.)

ΘΕΜΑ 4^ο

A) Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

i) $(\Sigma_1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases} \quad \text{ii) } (\Sigma_2) \begin{cases} x = x^2 - y^2 \\ y = -2xy \end{cases} \quad (10\mu.)$

B) Σε ένα γραμμικό σύστημα 2×2 με αγνώστους x, y ισχύει ότι: $4D^2 - 4D + D_y^2 + 18 = 8D_y - 9D_x^2 - 6D_x$.
 Να λυθεί το σύστημα. (6μ.)

Γ) Δίνεται ο κύκλος $(c): x^2 + y^2 = 5$ και η ευθεία $(\varepsilon): y = 2x + \lambda, \lambda \in \mathbb{R}$.

i) Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε ο κύκλος και οι ευθεία να τέμνονται σε δύο διαφορετικά σημεία. (4μ.)

ii) Αν ο κύκλος και η ευθεία τέμνονται σε ένα μόνο σημείο και $\lambda > 0$, τότε:

α) να αποδείξετε ότι $\lambda = 5$. (3μ.)

β) να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία με τους άξονες. (2μ.)